

DOI: 10.16285/j.rsm.2021.1826

考虑条间剪力的刚性挡墙静力与地震主动土压力水平条分法

陈柏吉^{1,2,3}, 肖世国²

(1. 西南交通大学 地质工程系, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031;
3. 成都市大邑县档案馆, 四川 成都 611330)

摘 要: 针对以往对刚性挡土墙墙背主动土压力采用水平条分法时条间剪力处理不合理的问题, 引入条间抗剪强度发挥系数, 提出该发挥系数随深度变化的正弦、线性、双曲 3 种函数模式, 并基于大量土压力的模型试验与现场监测结果统计, 给出了该发挥系数的取值方法; 在此基础上, 通过水平条分极限平衡法及拟静力法, 建立了充分考虑条间剪力的刚性挡土墙静力与地震主动土压力计算方法, 考虑了墙后土体中平面、对数螺旋曲面两种可能的滑裂面形态, 且集挡土墙结构型式、墙后填土性质、外荷载等多因素于一体。当墙-土摩擦角等于内摩擦角或其一半时, 条间抗剪强度发挥系数一般不为 0, 墙-土摩擦角对其影响显著; 引入条间抗剪强度发挥系数会使土压力合力作用点更接近实测值, 建议墙体平动时采用双曲模式、墙体绕踵转动时可采取正弦模式。土体内摩擦角、墙-土黏聚力、竖向地震影响系数等对土压力合力作用点影响较小, 但土体黏聚力、土体顶面倾角、墙背倾角、墙-土摩擦角、水平地震影响系数等对其影响较大。实例分析表明, 该方法可定量确定主动土压力分布, 所计算的主动土压力与实测值吻合良好, 合力及其作用点处最大误差分别约为 10% 和 7%。

关 键 词: 刚性挡土墙; 主动土压力; 水平条分法; 条间剪力; 分布模式

中图分类号: TU 431

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2022) 08-2263-14

Static and seismic active earth pressure on rigid retaining walls based on horizontal slice method considering shear forces on interslice

CHEN Bai-ji^{1,2,3}, XIAO Shi-guo²

(1. Department of Geological Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;
2. Key Laboratory of High-speed Railway Engineering of Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;
3. Dayi Archives Bureau, Chengdu, Sichuan 611330, China)

Abstract: In view of the existing unreasonable assumption on interslice shear forces involved in the horizontal slice limit equilibrium method for active earth pressure on rigid retaining walls, a mobilized coefficient of the interslice shear strength of the soil is proposed and its development mode is assumed to be 3 types of function including sine, linear, and hyperbolic patterns. A series of statistical values of the coefficient is given based on a great number of model test and in-situ observed results of the earth pressure. Further, static and seismic active earth pressure on rigid retaining walls can be determined using the horizontal slice method and pseudo-static approach with rationally considering the shear forces on interslice. Planar and log-spiral modes of potential slip surfaces of the retained soil are involved in the proposed method, which takes into account wall configuration, soil properties as well as external loads. It is found that the mobilized coefficient is not usually zero in the condition that wall-soil friction angle is equal to soil internal frictional angle or half of it, and the coefficient is greatly influenced by the wall-soil friction angle. The hyperbolic profile of the mobilized coefficient for wall translation and the sine mode for wall rotation about its heel are recommended because that the introduction of the mobilized coefficient can make the application points of the resultant of the active earth pressure relatively approach to the measured values. Internal friction angle of the soil, wall-soil cohesion, and vertical seismic factor have little effect on the application point of the resultant, while the soil cohesion, dip angle of the soil top surface, wall back inclination, wall-soil friction angle, and horizontal seismic factor have a greater influence. Some examples show that calculation results including the resultant and its application point of the active earth pressure using the proposed method are in good agreement with those monitored, and the

收稿日期: 2021-11-28

修回日期: 2022-04-20

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 51578466); 四川省交通运输科技项目 (No. 2020-A-01)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51578466) and the Construction S&T Project of Department of Transportation of Sichuan Province (2020-A-01).

第一作者简介: 陈柏吉, 男, 1995 年生, 硕士研究生, 主要从事边坡支挡结构方面的研究。E-mail: cbj1996628@qq.com

通讯作者: 肖世国, 男, 1973 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事边坡稳定性与支挡结构方面的研究。E-mail: xiaoshiguo@swjtu.cn

maximum errors are less than about 10% and 7%, respectively.

Keywords: rigid retaining walls; active earth pressure; horizontal slice method; interslice shear forces; distribution mode

1 引言

刚性挡土墙土压力一直是岩土工程中具有重要意义的问题。自经典的库仑和朗肯土压力理论（静力条件下）以及 Mononob^[1]和 Okabe^[2]的基于拟静力法的地震土压力算法以来，许多学者采用多种方法对这一问题进一步研究^[3-7]。其中，基于极限平衡理论的解法概念简单，在实践中较易操作。

基于库仑土压力分析原理的方法难以合理确定土压力分布，滑动土楔体的水平条分法可弥补其不足。其间，滑裂面形态是影响土压力的一个重要因素。Wang^[8]、王元战^[9-12]、阮波^[13]、杨敏^[14]等以平面滑裂面假定，采用水平条分法计算土压力。林宇亮等^[15]在此基础上采用拟静力法计算地震土压力。王仕传^[16]、陈昌富^[17]等考虑曲线、对数螺线和直线的组合滑面，宋征^[18]考虑平面及圆弧两种破裂面，分别采用水平条分法计算土压力。然而，这些方法均不考虑条间剪力，尽管不影响土压力合力大小，但条间剪力对土压应力分布会存在影响。针对这一处理方法的不足，章瑞文等^[19]将水平土条的条间剪应力近似取为土条两端剪应力的平均值；付一平等^[20]将条间土体界面的摩擦角假定为墙土间摩擦角；柯才桐等^[21]采用斜向条分模式，将土条间摩擦角假定为土体内摩擦角。但是，这 3 种对条间剪应力的处理模式均缺乏充分依据。

实际上，水平条分法是一种可确定土压力分布模式的实践中便于操作的方法。考虑到以往水平条分法中，对条间剪力处理方式的不足，本文基于以往大量的模型试验与现场监测的土压力数据，给出条间界面土体抗剪强度发挥的正弦、线性、双曲 3 种函数模式，进而通过水平条分极限平衡法及拟静力法，建立充分考虑条间剪力的刚性挡土墙静力与地震主动土压力计算方法，并分析土体性质、墙体特征、荷载状况（含地震力）、滑裂面形态等多因素对主动土压力的影响。

2 水平条分法

2.1 平面滑裂面

平面破裂面下滑动土楔体一般分析模型如图 1 所示。其中， h 为墙高， α 为墙背倾角， θ 为破裂面水平倾角，墙顶为 O 点， β 为土体表面倾角，破裂面与过墙顶的水平面及土体表面交点分别为 O' 和 A ，二者间的竖直距离为 h' ， k_h 、 k_v 分别为水平

和竖向地震影响系数， q 为土体表面的满布竖向均布荷载。

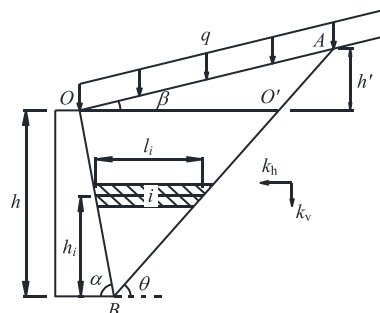


图 1 墙后滑动土楔体一般分析模型

Fig.1 General analysis model of slide wedge of the retained soil

将墙后滑楔体 OAB 水平分成 $n+1$ 条，墙顶以上部分土体作为第 1 条，以下土体等厚均分为 n 条，由上而下依次定义为第 2 至 $n+1$ 条。

对于第 i ($1 < i \leq n+1$) 条，其高度为 h_i 、重力为 W_i 、水平中线长度为 l_i ，有几何关系：

$$\begin{aligned} h_i &= h \frac{2n-2i+3}{2n} \\ l_i &= h_i \left(\frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\tan \alpha} \right) \\ W_i &= \gamma \frac{h}{n} l_i \end{aligned} \quad (1)$$

式中： γ 为土体重度。

于是，根据图 1 所示的几何关系和式 (1)，可进一步得到：

$$h' = h \frac{\sin(\theta + \alpha) \sin \beta}{\sin(\theta - \beta) \sin \alpha} \quad (2)$$

对于上部填土 OAO' ，其受力分析模型如图 2 所示。其中， W_1 为上部填土重力， N_1 为滑裂面上法向力， E_1 、 F_1 分别为与下部填土间的法向力和切向力，后三者均假定作用于相应条面中点。按照拟静力法，该条块重心作用有水平和竖向地震力，从而根据力的平衡方程，并对 O 点取矩可得

$$\left. \begin{aligned} N_1 (\tan \varphi \cos \theta - \sin \theta) + F_1 - k_h W_1 &= -ch' \cot \theta \\ N_1 (\tan \varphi \sin \theta + \cos \theta) + E_1 - (1 + k_v) W_1 &= qh' \cot \beta - ch' \\ (N_1 h') / (2 \sin \theta) - [E_1 h (\cot \theta + \cot \alpha)] / 2 + \\ k_h W_1 y_u + (1 + k_v) W_1 [h (\cot \theta + \cot \alpha) - x_u] + \\ q(h')^2 \cot \beta (\cot \beta / 2 - \cot \theta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

因此, 根据式 (10) 可求得主动土压力及相应的破裂角, 从而各土条相应的土压应力 p_a (可取为该条段上应力平均值, n 值越大越精确) 亦可求得。具体可采用电算 (如 Matlab 编程) 实现破裂面搜索, 不再赘述。

2.2 黏性土拉裂段土压力处理方法

对于墙后土体为黏性土时, 土体上部可能会出现张拉裂缝, 裂缝区域的土压力为 0。因此, 裂缝深度范围内土体的自重可作为荷载向下传递。这样, 利用前述方法, 通过平衡方程求解, 当得到的土压力小于 0 时, 则认为该区域为拉裂区, 将其实际土压力取为 0, 并将相应土条以上的全部土体自重等效为竖直向下的荷载, 以等于 E_i 的形式向下传递。

2.3 成层填土土压力处理方法

由前面分析过程可见, 对于工程中常见的成层填土, 本文方法同样适用, 此时可将分条层面保持与土层界面平行以简化计算过程。在不同土层高度范围内可独立设置分层数 n_1 、 n_2 和 n_3 (见图 4, 其中 i 表示由上而下土体分割的条块序号), 将每层土体相应的计算参数代入平衡方程即可。

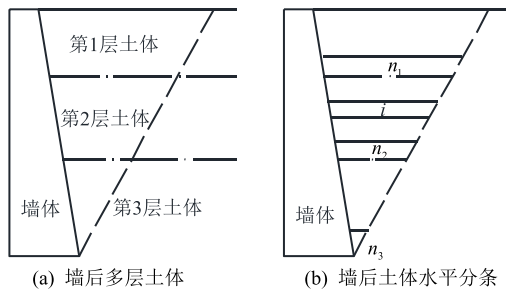


图 4 成层填土计算分条示意图

Fig.4 Sketch map of slicing tactic under multilayer soils

2.4 曲面滑裂面

以往相关研究表明^[22-24], 在主动极限状态下, 墙后土体破裂面可采用过墙踵的对数螺旋面, 其几何方程一般可表示为

$$r = r_0 e^{(\omega - \omega_0) \tan \varphi} \quad (11)$$

式中: r 和 ω 分别为滑面上一点相对于转动中心的矢径及其水平倾角; r_0 和 ω_0 分别为滑面起点的矢径及其倾角。

如图 5 所示, 对于主动极限状态下的对数螺旋形滑面, 根据图中所示的几何关系可得

$$\left. \begin{aligned} |OK| &= \frac{(1 + X \cot \alpha) h}{X \cos \beta - \sin \beta} \\ r_0 &= \frac{|OK| \sin \beta + h}{Y} \\ r_h &= r_0 e^{(\omega_h - \omega_0) \tan \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: $|OK|$ 为滑面与土体顶面交点 K 至墙顶点 O 的线段长度; r_h 和 ω_h 分别为滑面终点 B 的矢径及其倾角; X 与 Y 为计算中间变量, 表达式为

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{e^{(\omega_h - \omega_0) \tan \varphi} \sin \omega_h - \sin \omega_0}{\cos \omega_0 - e^{(\omega_h - \omega_0) \tan \varphi} \cos \omega_h} \\ Y &= e^{(\omega_h - \omega_0) \tan \varphi} \sin \omega_h - \sin \omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

可见, 式 (12) 所示的几何量均为两个独立变量 ω_0 和 ω_h 的函数, 进一步也可将其余几何量均表示为此两个独立变量的函数, 相关表达式为

$$\left. \begin{aligned} r_j &= r_0 e^{(\omega_j - \omega_0) \tan \varphi} \\ r_h \sin \omega_h - r_j \sin \omega_j &= h \\ |OJ| &= r_j \cos \omega_j - r_h \cos \omega_h + h \cot \alpha \\ r_i &= r_0 e^{(\omega_i - \omega_0) \tan \varphi} \\ r_h \sin \omega_h - r_i \sin \omega_i &= h_i \\ \theta_i &= \pi/2 - \omega_i + \varphi \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: r_j 和 ω_j 、 r_i 和 ω_i 分别为过墙顶水平线与滑面交点 J 、第 i 土条相应滑面上的点的矢径及其倾角; $|OJ|$ 为线段 OJ 长度; θ_i 为第 i 土条相应滑面与水平面的夹角 (当条分数较大时, 可认为各土条相应的滑面为直线段)。

这样, 自水平线 OJ 起, 向上对 OJK 、向下对 OJB 范围土体水平条分, 可确定各土条受力, 具体方法同 2.1 节, 不再赘述。其间, 确定第 i 土条宽度 l_i 的递推几何表达式为

$$\tan \theta_i = \frac{h}{n [l_{i-1} - l_i - h / (n \tan \alpha)]} \quad (15)$$

于是, 将式 (5)、(6) 中 θ 以 θ_i 替换, 由相应的土条平衡方程, 可递推求解出 P_i 和 R_i 。采用与第 2.1 节同样原理, 按下式确定土压力:

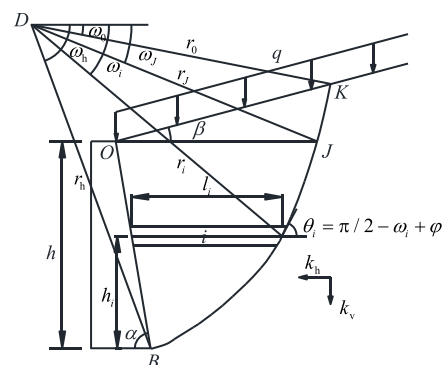


图 5 墙后土体对数螺旋破裂面分析模型

Fig.5 Analysis model of the retained soil with log-spiral slip surface

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_a}{\partial \omega_0} &= 0 \\ \frac{\partial E_a}{\partial \omega_h} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

3 条间抗剪强度发挥系数取值方法

墙后不同深度土体的条间抗剪强度的发挥受其剪切变形与应力状态共同影响。在墙后土体随墙体运动达到主动极限状态时，土体沿深度方向的侧向变形及应力状态并不相同。对以平动为主的墙体运动模式，沿墙高方向，墙踵后侧土体剪切变形相对最大且处于相对最高的应力状态，墙顶后侧土体剪切变形及应力状态均相对最小，因此，墙后土体沿深度剪切强度发挥值逐渐变大，即条间抗剪强度发挥系数随深度逐渐增大。参照 Morgenstern-Price 法^[25]对条间力的处理方法，此时可将条间抗剪强度发挥系数随 z 变化取为线性或双曲函数模式。同理，对于以绕墙踵转动为主的墙体运动模式，墙体中部后侧土体的剪切变形与应力状态均相对较高，可将条间抗剪强度发挥系数取为正弦函数模式，即

$$\lambda(z/h) = \begin{cases} \lambda_n(1-z/h) \\ \lambda_n \frac{1-z/h}{1+z/h} \\ \lambda_n \sin(z\pi/h) \end{cases} \quad (17)$$

式中： λ_n 为墙体底端相应的土条间抗剪强度发挥

系数； $\lambda(z/h)$ 相应的变化曲线如图 6 所示。

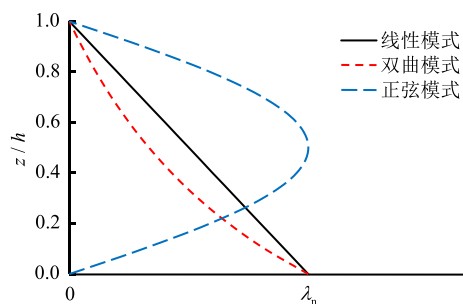


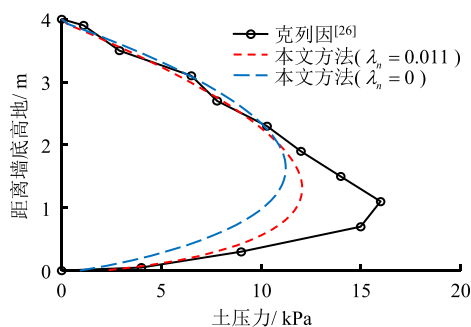
图 6 条间抗剪强度发挥系数沿深度分布曲线
Fig.6 Profiles of mobilized coefficient of interslice shear strength of the soil along the depth

于是，可将本文方法应用于以往有实测土压力结果的模型试验及工程实例中，以调整确定相应的 λ_n 值。以计算与实测土压力的合力作用点位置一致的方法，根据 30 余个实例^[5-7, 26-32]，得到 λ_n 取值结果如表 1 所示。图 7 给出了考虑 $\lambda(z/h)$ 与否的计算值（滑面以平面破裂面、 λ 以双曲模式）与克列因^[26]试验结果的对比，该试验得到的主动土压力合力作用点高度比（合力作用点距墙底高度除以墙高）为 0.41，取 $\lambda_n = 0$ 、0.011 时本文方法计算的合力作用点高度比分别为 0.44、0.42。可见，计算与实测的土压力分布曲线接近，均呈顶点靠近墙底的抛物线模式；相对于以往的不考虑条间剪力（ $\lambda = 0$ ）的情况，本文考虑条间剪力（ $\lambda_n = 0.011$ ）的墙后最大土压力（应力）计算值更接近于试验值。

表 1 系数 λ_n 取值统计表
Table 1 Statistical table of values of λ_n

文献	h	γ	φ	δ	E_a	合力作用点高度比	破裂面形态	抗剪强度发挥系数 λ_n		
								正弦模式	线性模式	双曲模式
[5]	3.5	17.64	37	37	27.9	0.410	平面	0.005	0.009	0.010
							曲面	0.000	0.000	0.000
[5]	4	17.64	37	37	39.2	0.410	平面	0.005	0.009	0.010
							曲面	0.000	0.000	0.000
[26]	4	18	37	37	38.18	0.410	平面	0.007	0.008	0.010
							曲面	0.000	0.000	0.000
[27]	0.33	65.93	28.2	28.2	0.861	0.390	平面	0.011	0.013	0.015
							曲面	0.026	0.046	0.052
[6]	1.02	15.4	34	17	1.117	0.380	平面	0.000	0.000	0.000
							曲面	0.000	0.000	0.000
[28]	2.5	17.15	30	15	12.8	0.340	平面	0.012	0.020	0.024
							曲面	0.000	0.000	0.000
[29]	1.2	15.1	31.1	15	2.95	0.360	平面	0.000	0.000	0.000
							曲面	0.000	0.000	0.000
[30]	1.2	14.58	32.75	16.375	2.96	0.340	平面	0.030	0.019	0.020
							曲面	0.001	0.002	0.005
[31]	1.05	16	38	9.5	1.81	0.340	平面	0.014	0.020	0.022
							曲面	0.000	0.000	0.000
[32]	0.45	13.4	34	0	0.386	0.390	平面	0.000	0.000	0.000
							曲面	0.000	0.000	0.000
[7]	0.75	15.12	31.5	0	1.43	0.361	平面	0.000	0.000	0.000
							曲面	0.000	0.000	0.000

注：曲面为对数螺旋曲面。

图7 本文方法与试验^[26]的结果对比Fig.7 Comparison between the calculated results by proposed method and test results^[28]

通过大量试算发现, λ_n 取值受 δ 影响较显著。同时, 平面与曲面滑裂面形态对 λ_n 也有影响。因此, 这里以平面和对数螺旋曲面两种滑裂面形态, 且以 $\delta/\varphi = 1.00, 0.75, 0.50, 0.25, 0.00$ 共 5 种情况 (其余可线性内插, 根据由试验反算 λ_n 结果的合理性, 尤以 $\delta/\varphi = 1.00, 0.50, 0.00$ 时结果为主要参考) 进一步给出相应的 λ_n 统计值 (见表 2 与表 3), 以便实际应用参考。对于表 2 和表 3 数值, 大量试算表明, 墙体平动时的双曲模式的土压力计算值相对更接近于实测值。

表 2 平面破裂面时 λ_n 经验取值表 (10^{-4})Table 2 Empirical values of coefficient λ_n under planar slip surface of the retained soil

模式	不同 δ/φ 的 λ_n				
	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00
正弦	70.00	54.50	39.00	19.50	0.00
线性	97.50	78.25	59.00	29.50	0.00
双曲	112.50	89.25	66.00	33.00	0.00

表 3 对数螺旋破裂面时 λ_n 经验取值表 (10^{-4})Table 3 Empirical values of coefficient λ_n under log-spiral slip surface of the retained soil

模式	不同 δ/φ 的 λ_n				
	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00
正弦	65.00	33.00	1.00	0.50	0.00
线性	115.00	58.50	2.00	1.00	0.00
双曲	130.00	67.50	5.00	2.50	0.00

4 实例分析与验证

4.1 实例 1

某铁路路基工程重力式挡土墙^[33], 墙高 8.75 m、墙背竖直, 墙后土体顶面水平, $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 18.8^\circ$ 、 $c = 12.2 \text{ kPa}$ 、 $\delta = 13^\circ$ 、 $c_w = 8.2 \text{ kPa}$, 土体表面均布超载 $q = 10 \text{ kPa}$, 如图 8 所示。

按照前述本文方法 (平面及对数螺旋破裂面 λ 均采用正弦模式) 计算得到土压力分布曲线及其合

力计算结果如图 9、表 4 所示, 可见, 墙后土压力呈顶点靠近墙底的抛物线分布模式, 土压力合力值为 165.2 kN/m , 作用点高度比为 0.37。图 9、表 4 中也给出了经典的朗肯、库仑理论及林智勇等^[33]方法的计算结果。对比可见, 本文方法的土压力分布曲线与实测值、林智勇等^[33]计算值较为接近, 但与经典土压力的线性分布模式差异明显。本文方法土压力合力值与实测值误差为 2.8%, 相对最小; 作用点高度比误差则为 6.8%, 也相对较小。此外, 由图 9 及表 4 亦可见, 本文方法的平面与对数螺旋破裂面的土压力分布、合力及其作用点差异均很小。

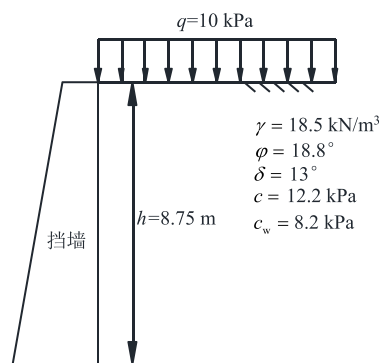


图 8 实例 1 横断面示意图

Fig.8 Sketch map of cross section of example 1

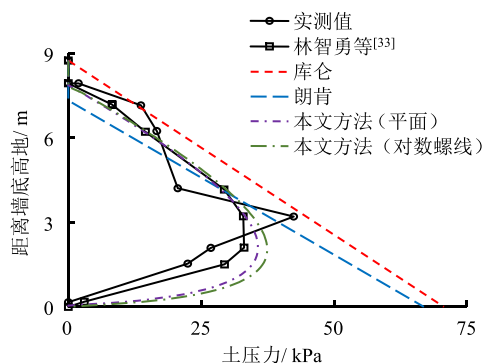


图 9 实例 1 各方法主动土压力分布曲线

Fig.9 Profiles of active earth pressure along the depth using various methods in example 1

表 4 实例 1 各方法土压力合力及其作用点

Table 4 Resultants and application points of active earth pressure using various methods in example 1

方法	合力 /($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$)	相对误差 /%	作用点高度比	相对误差 /%
实测	170.00	—	0.397	—
库仑	309.05	81.80	0.330	-16.9
朗肯	245.04	44.10	0.250	-37.0
林智勇等 ^[33]	161.00	-5.30	0.400	1.5
本文方法 (平面)	165.20	-2.80	0.370	-6.8
本文方法 (对数螺旋)	162.70	-4.29	0.360	-9.6

4.2 实例 2

某仰斜式重力挡土墙^[34]，墙高 10 m、墙背竖向倾角 5°，墙后填土两层：上层填土厚 4 m、 $\gamma = 18.6 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 24^\circ$ 、 $\delta = 10^\circ$ ；下层填土厚 6 m、 $\gamma = 19.6 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 15^\circ$ 、 $\delta = 5^\circ$ 。

由实例 1 所示的黏性土条件下平面与对数螺旋破裂面计算结果对比可见，二者差异很小，为简化叙述，本例以平面破裂面分析， λ 仍采取正弦模式。在不同的土体及墙-土黏聚力 c_i 、 c_{wi} ($i = 1, 2$ ；1 代表上层土体，2 代表下层土体) 情况下，本文方法算得墙后土压力分布曲线如图 10 所示。本文方法与既有方法的土压力合力对比见表 5，可见，本文方法与既有方法的计算结果较为一致（相对误差不超过 10%），但本文方法还可确定土压力分布曲线。

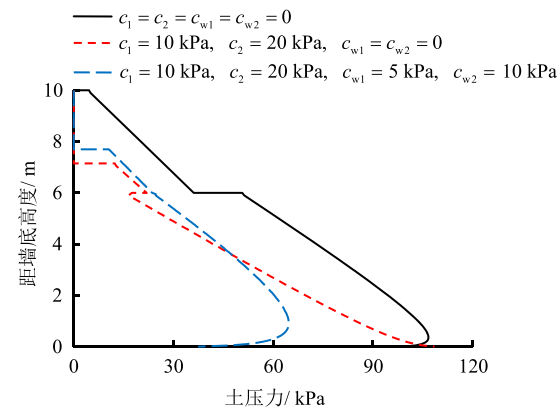


图 10 实例 2 本文方法主动土压力分布曲线
Fig.10 Profiles of active earth pressure along the depth using the proposed methods in example 2

表 5 实例 2 各方法主动土压力合力
Table 5 Resultants of active earth pressure using various methods in example 2

c_1 / kPa	c_2 / kPa	c_{w1} / kPa	c_{w2} / kPa	$E_a^{[34]}$	E_a (库仑)	本文方法	
						E_a	作用点高度比
0	0	0	0	583.9	583.9	578.6	0.29
10	20	0	0	376.6	—	337.9	0.20
10	20	5	10	333.8	—	302.5	0.24

4.3 实例 3

某墙背竖直的挡墙高 5 m 且墙后填土水平^[35]，土体为砂性土， $\varphi = 40^\circ$ 、 $\delta = \varphi / 3$ 、 $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$ 、水平与竖向地震影响系数分别为 $k_h = 0.3$ 、 $k_v = 0$ 。

采用本文方法（平面及对数螺旋破裂面 λ 均采用正弦模式）求解其地震主动土压力，计算结果见图 11 与表 6。可见，墙后地震土压力沿距墙顶深度呈逐渐减小的分布特征，接近于线性分布模式。土压力分布模式、合力及其作用点均与刘忠玉等^[35]的

计算结果较为一致（后两者相对误差分别为 1.6%、3.4%）。此外，本文方法的平面与对数螺旋破裂面的土压力分布、合力及其作用点均几乎一致。

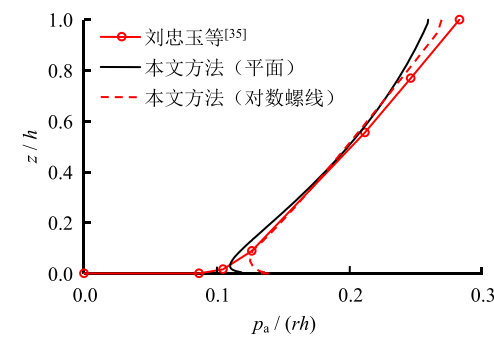


图 11 实例 3 各方法主动土压力分布曲线
Fig.11 Profiles of active earth pressure along the depth using different methods in example 3

表 6 实例 3 各方法主动土压力计算结果对比
Table 6 Results of active earth pressure using different methods in example 3

方法	合力 / ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$)	作用点高度比
刘忠玉等 ^[35]	77.83	0.58
本文方法（平面）	76.81	0.60
本文方法（对数螺旋面）	76.56	0.60

5 影响因素分析

由前面分析可见，墙后土体及墙-土界面的抗剪强度参数、土体顶面及墙背倾角、地震影响系数等对墙后主动土压力均有影响，下面采用本文方法（滑面以平面破裂面、 λ 以双曲模式）分别讨论这些因素的影响特征。

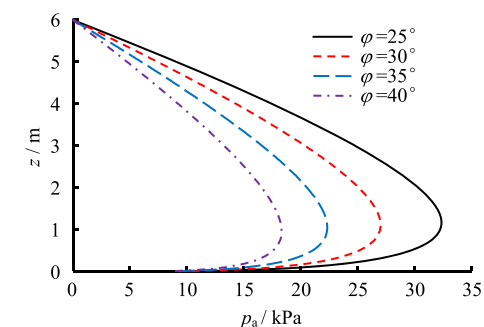
5.1 墙后土体抗剪强度参数

5.1.1 内摩擦角

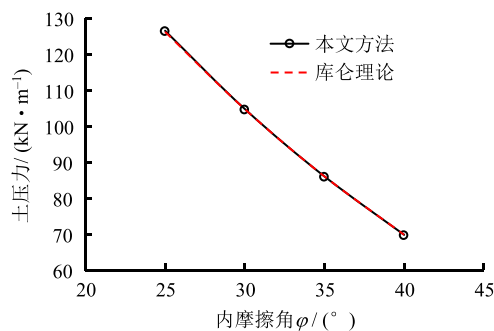
以墙高 6 m、墙背竖直、砂性填土表面水平且无荷载、重度 20 kN/m^3 、墙-土摩擦角 15° 条件为例，主动土压力分布、合力及作用点随土体内摩擦角的变化曲线如图 12 所示。可见，随着内摩擦角的增大，主动土压力的分布曲线逐渐接近墙体，主动土压力合力呈非线性减小，作用点高度比呈线性略有降低变化。 φ 从 25° 到 40° ，合力值约减少了 1/2，且本法计算值与库仑结果一致。

5.1.2 黏聚力

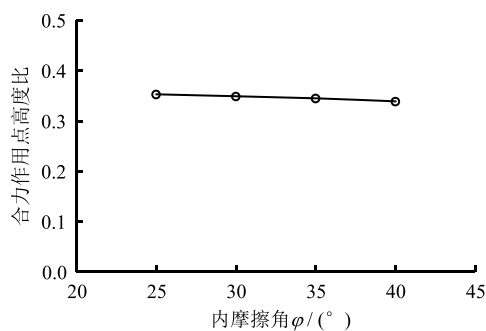
以墙高 5 m、墙背竖直、填土表面水平且无荷载、 $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 条件为例。主动土压力分布、合力及作用点随土体黏聚力的变化曲线如图 13 所示。可见，随着黏聚力的增大，因裂



(a) 主动土压力分布



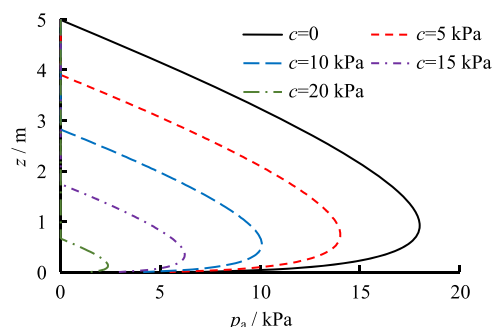
(b) 合力



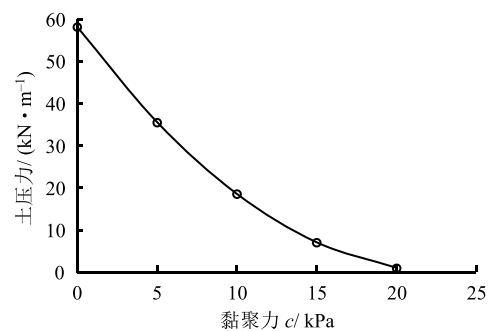
(c) 作用点

图 12 主动土压力随内摩擦角的变化曲线

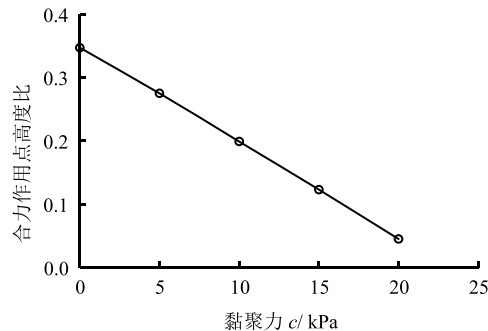
Fig.12 Variations of active earth pressure with internal friction angle of the soil



(a) 主动土压力分布



(b) 合力



(c) 作用点

图 13 主动土压力随黏聚力的变化曲线

Fig.13 Variations of active earth pressure with cohesion of the soil

缝深度也逐渐变大, 主动土压力分布曲线呈现比例式的缩减, 分布曲线逐渐接近墙体, 主动土压力合力呈非线性减小, 作用点高度比呈线性显著降低变化。

5.2 墙-土界面抗剪强度参数

5.2.1 墙-土摩擦角

以墙高 6 m、墙背竖直, 砂性填土表面水平且无荷载、 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 的条件为例。主动土压力分布、合力及作用点随墙-土摩擦角的变化曲线如图 14 所示。可见, 随着墙-土摩擦角的增大, 主动土压力分布曲线逐渐接近墙体, 最大值点逐渐上移, 主动土压力合力呈非线性减小, 且本法计算值与库伦结果一致, 作用点高度比近似呈线性较显著增大变化。

5.2.2 墙-土黏聚力

以墙高 6 m、墙背竖直、填土表面水平且无荷载、 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 、 $c = 5 \text{ kPa}$ 条件为例。主动土压力分布、合力及作用点随墙-土黏聚力的变化曲线如图 15 所示。可见, 随着墙-土黏聚力的增大, 主动土压力分布曲线逐渐接近墙体, 最大值点逐渐上移, 主动土压力合力近似呈线性减小, 作用点高度比近似呈线性略有增大变化。

5.3 墙后土体顶面与墙背倾角

5.3.1 土体顶面倾角

以竖直挡墙墙背高 6 m、砂性土体 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 、填土表面无荷载的条件为例。主动土压力分布、合力及作用点随土体顶面倾角的

变化曲线如图 16 所示。可见,随着顶面倾角的增大,主动土压力分布曲线逐渐接近墙体,主动土压力合

力呈非线性增大,作用点高度比呈非线性显著增大变化。

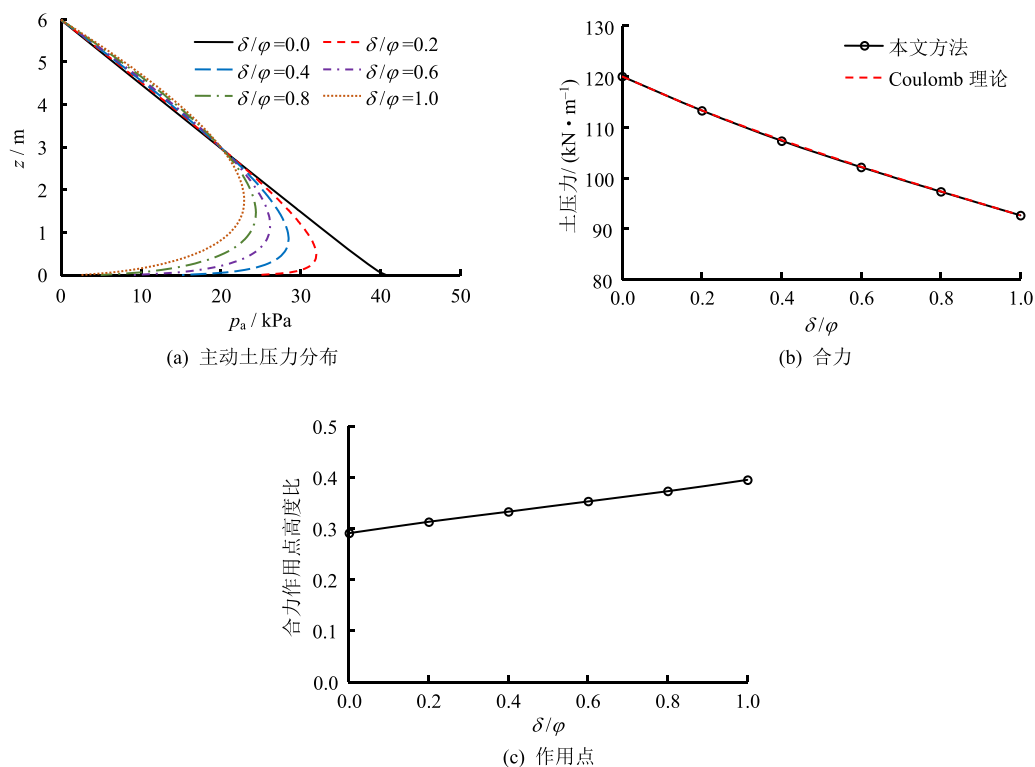


图 14 主动土压力随墙-土摩擦角的变化曲线

Fig.14 Variations of active earth pressure with wall-soil friction angle

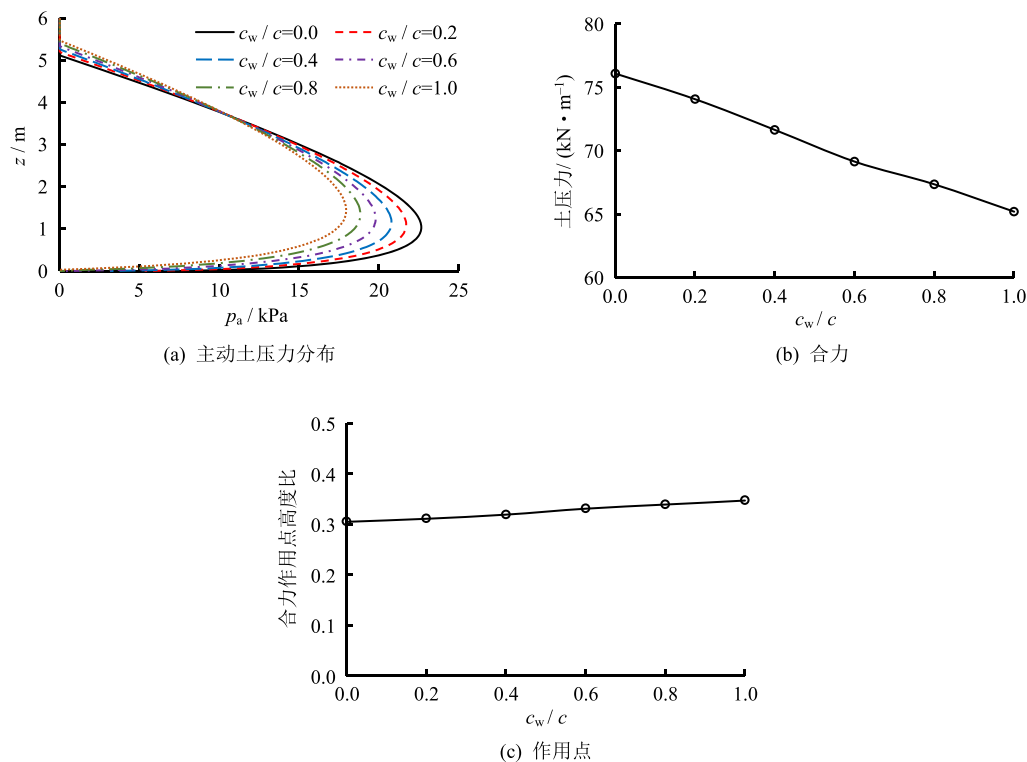


图 15 主动土压力随墙-土黏聚力的变化曲线

Fig.15 Variations of active earth pressure with wall-soil cohesion

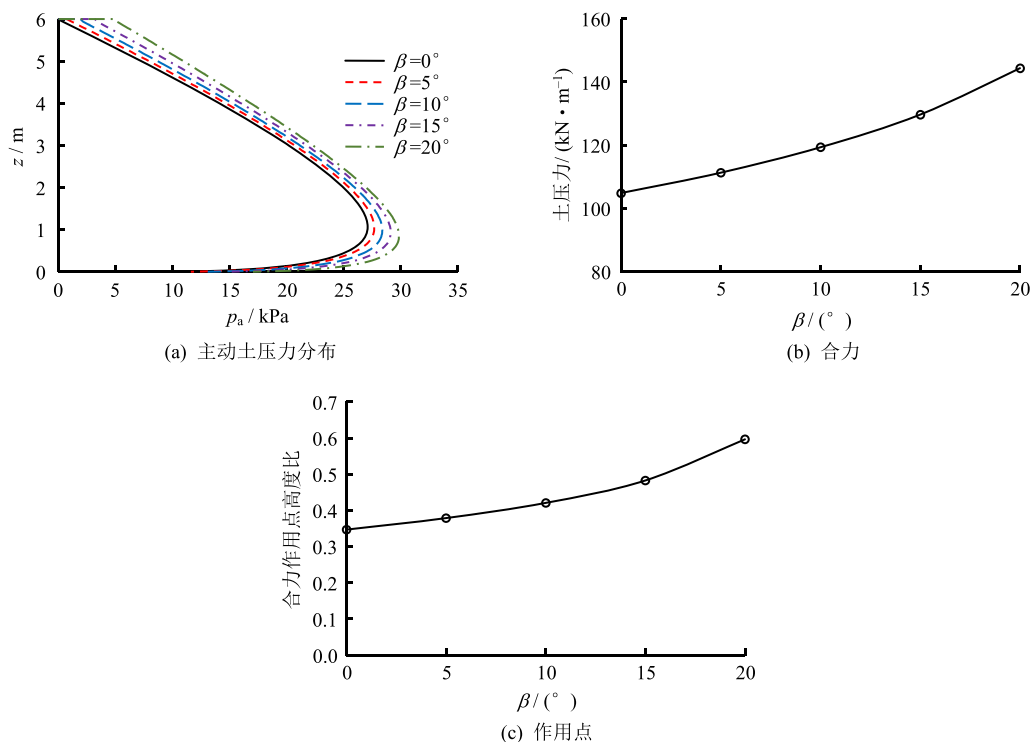


图 16 主动土压力随土体顶面倾角的变化曲线

Fig.16 Variations of active earth pressure with dip angle of the top surface of the retained soil

5.3.2 墙背倾角

以挡墙高 6 m, 砂性土体顶面水平且无荷载、 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 的条件为例。主动土压力分布、合力及作用点随墙背倾角的变化曲线如图 17 所示。可见, 随着墙背倾角的增大 (由俯斜

至仰斜), 主动土压力分布曲线逐渐接近墙体, 且由向墙体方向凹陷 (最大值位于墙底) 逐渐变为向土体方向凹陷 (最大值位于墙体中下部) 的模式, 主动土压力合力呈非线性减小, 作用点高度比呈非线性显著增大变化。

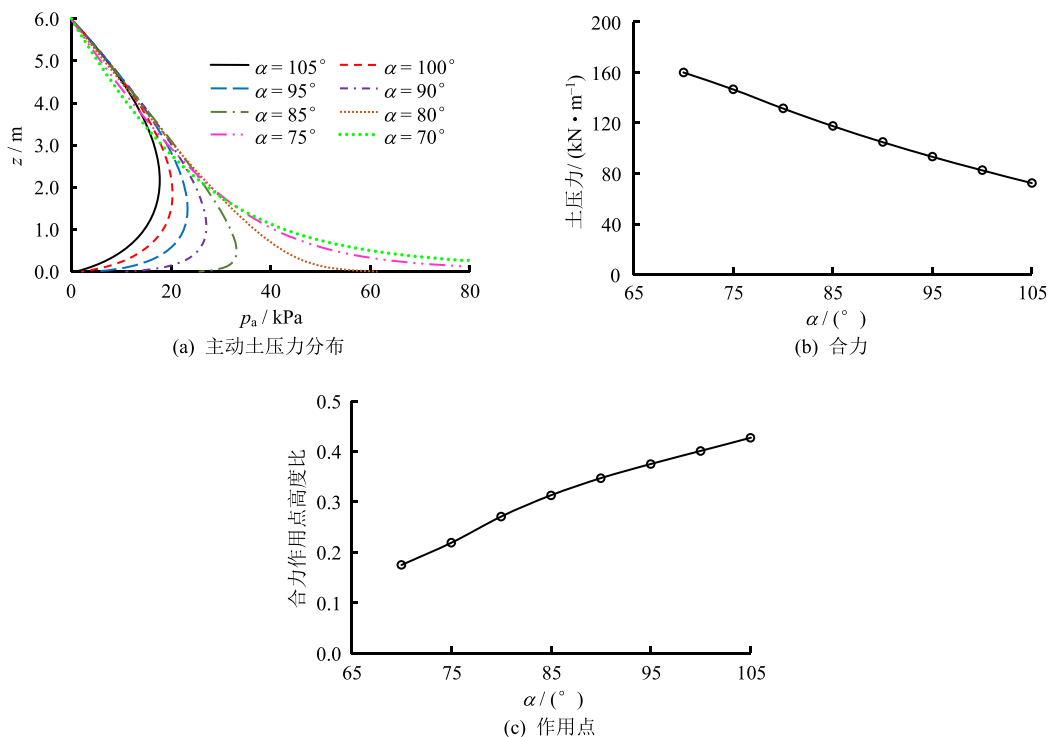


图 17 主动土压力随墙背倾角的变化曲线

Fig.17 Variations of active earth pressure with wall back inclination

5.4 地震影响系数

5.4.1 水平地震影响系数

以竖直挡墙墙背高 6 m，砂性填土顶面水平且无荷载、 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ 、 $\varphi = 30^\circ$ 、 $\delta = 15^\circ$ 、竖向地震影响系数为 0 的条件为例。主动土压力分布、合力及作用点随水平地震影响系数的变化曲线如图 18 所示。可见，随着水平地震影响系数的增大，主动土

压力分布曲线逐渐远离墙体，最大值点逐渐上移，分布范围呈增大变化，主动土压力合力呈非线性增大，作用点高度比呈非线性增大变化。

5.4.2 竖向地震影响系数

以上述算例条件且水平地震系数 k_h 取 0.2 为例。主动土压力分布、合力及作用点随竖向地震影响系数的变化曲线如图 19 所示。可见，随着竖向地震影

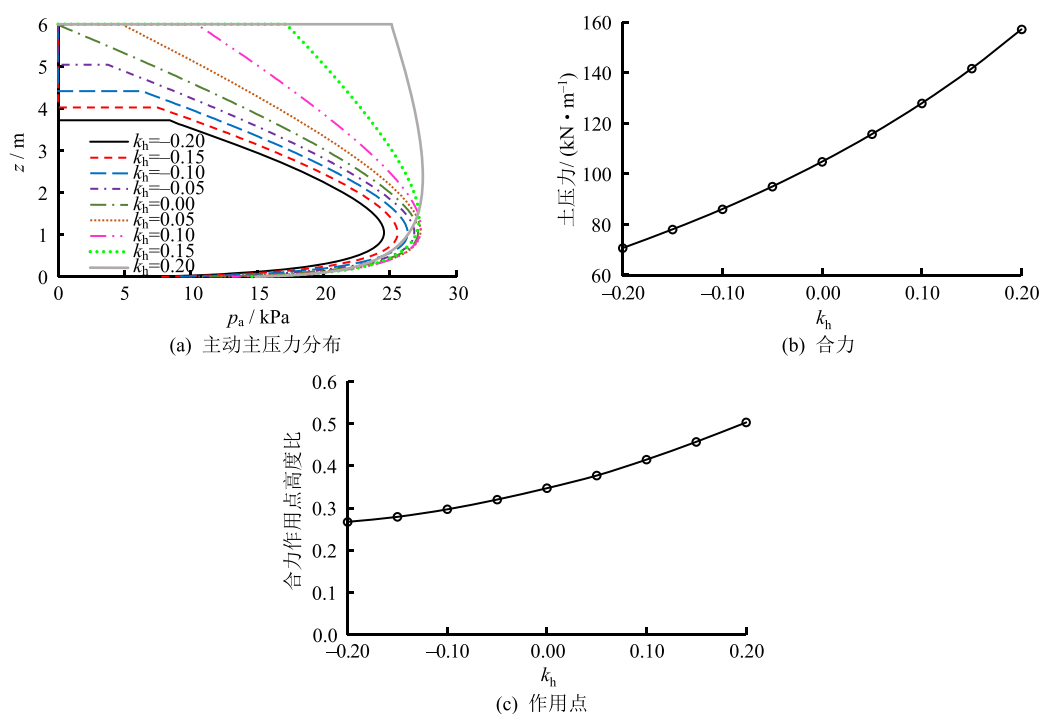


图 18 主动土压力随水平地震影响系数的变化曲线
Fig.18 Variations of active earth pressure with horizontal seismic factor

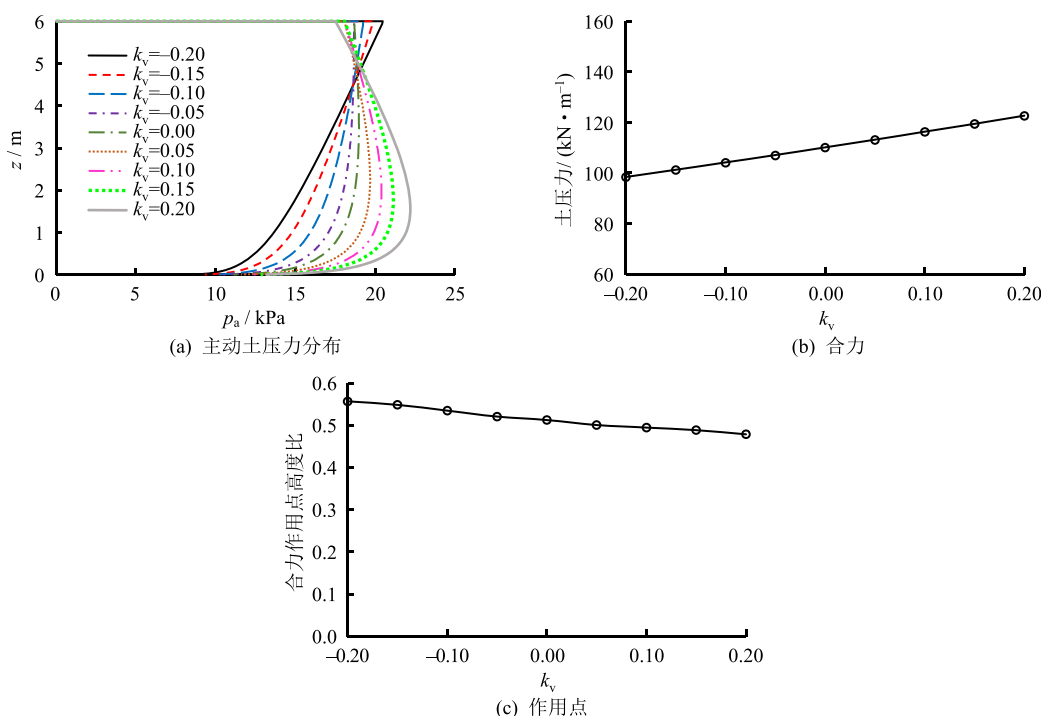


图 19 主动土压力随竖向地震影响系数的变化曲线
Fig.19 Variations of active earth pressure with vertical seismic factor

响系数的增大,呈抛物线模式的主动土压力分布曲线逐渐远离墙体,其顶点逐渐上移,分布范围呈增大变化,墙顶土压力非零,主动土压力合力呈非线性增大,作用点高度比近似呈线性略微减小变化。

6 结 论

针对静力与地震力(拟静力方式)作用下刚性挡土墙的主动土压力问题,考虑墙后土体中平面、对数螺旋曲面两种可能的滑裂面形态,集挡土墙结构型式、墙后填土性质、外荷载等多因素于一体,建立了充分考虑条间剪力的主动土压力的水平条分统一解析方法,通过实例验证了本分析方法的合理性,并讨论了主要因素对主动土压力的影响特征。主要得到如下结论:

(1)对潜在滑动土楔体采用水平层状条分方法,基于拟静力法与极限平衡理论,建立了完全满足力的平衡条件的主动土压力的水平条分法统一计算模型,可确定土压力分布、合力大小及作用点位置。其中,条间存在的剪切力可通过条间抗剪强度发挥系数予以表达,给出了该发挥系数沿深度的线性、双曲、正弦 3 种函数模式,并基于大量试验数据统计提供了其经验取值。

(2)当墙-土摩擦角等于内摩擦角或其 1/2 时,条间抗剪强度发挥系数一般不为 0,墙-土摩擦角对其影响显著,在主动极限状态下,若墙-土摩擦角减小至 0,则该系数亦减小到 0。考虑条间抗剪强度发挥系数会使土压力合力作用点更接近实测值,建议墙体平动时一般采用双曲模式计算主动土压力,计算精度比另外两种模式略高;墙体绕踵转动时可采用正弦模式。

(3)本文方法可定量反映墙后填土重度、内摩擦角、黏聚力、墙-土摩擦角、墙-土黏聚力、墙高、墙背倾角、土体顶面倾角、土体表面荷载、地震力等因素对主动土压力的影响。其中,土体内摩擦角、墙-土黏聚力、竖向地震影响系数等对土压力合力作用点位置影响较小,但土体黏聚力、土体顶面倾角、墙背倾角、墙-土摩擦角、水平地震影响系数等对其影响较大。

(4)实例分析表明,可定量确定主动土压力分布的本文方法所计算的主动土压力与实测值和既有理论方法计算值吻合良好。其中,合力值最大误差约 10%,合力作用点位置最大误差约 7%。

参 考 文 献

- [1] MONONOBÉ N. Consideration into earthquake vibrations and vibration theories[J]. *Journal of the Japan Society of Civil Engineers*, 1924, 10(5): 1063-1094.
- [2] OKABE S. General theory on earth pressure and seismic stability of retaining wall and dam[J]. *Journal of the Japan Society of Civil Engineers*, 1924, 10(6), 1277-1323.
- [3] 彭明祥. 挡土墙主动土压力的库仑统一解[J]. *岩土力学*, 2009, 30(2): 379-386.
PENG Ming-xiang. Coulumb's unified solution of active earth pressure on retaining wall[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(2): 379-386.
- [4] 陈建功, 胡日成, 许明. 考虑合力作用点位置的主动土压力计算[J]. *工程力学*, 2016, 33(11): 132-139.
CHEN Jian-gong, HU Ri-cheng, XU Ming. Active earth pressure calculation considering force point location[J]. *Engineering Mechanics*, 2016, 33(11): 132-139.
- [5] TSAGARELI Z V. Experimental investigation of the pressure of a loose medium on retaining walls with a vertical backface and horizontal backfill surface[J]. *Soil Mechanics and Foundation*, 1965, 2: 197-200.
- [6] FANG Y, ISHIBASHI I. Static earth pressures with various wall movements[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1986, 112(3): 317-333.
- [7] 许雷挺, 张治成, 张戎泽, 等. 砂土中挡墙不同变位模式主动土压力模型试验[J]. *地下空间与工程学报*, 2017, 13(5): 1296-1302.
XU Lei-ting, ZHANG Zhi-cheng, ZHANG Rong-ze, et al. Model test on active earth pressure in sand induced by the movement of retaining wall[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2017, 13(5): 1296-1302.
- [8] WANG Z, WU A, WANG Y. Calculation of active earth pressure for narrow backfill with a curved slip surface[J]. *Advances in Civil Engineering*, 2019(1): 1-10.
- [9] WANG Y Z. Distribution of earth pressure on a retaining wall[J]. *Geotechnique*, 2000, 50(1): 83-88.
- [10] 王元战, 李蔚, 黄长虹. 墙体绕基础转动情况下挡土墙主动土压力分布[J]. *岩土工程学报*, 2003, 25(2): 208-211.
WANG Yuan-zhan, LI Wei, HUANG Chang-hong. Distribution of active earth pressure with wall movement of rotation about base[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2003, 25(2): 208-211.
- [11] 王元战, 唐照评, 郑斌. 墙体绕墙顶转动情况下挡土墙主动土压力分布[J]. *应用数学和力学*, 2004, 25(7):

- 695-700.
- WANG Yuan-zhan, TANG Zhao-ping, ZHENG Bin. Distribution of active earth pressure of retaining wall with wall movement of rotation about top[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2004, 25(7): 695-700.
- [12] 王元战, 李新国, 陈楠楠. 挡土墙主动土压力分布与侧压力系数[J]. 岩土力学, 2005, 26(7): 1019-1022.
- WANG Yuan-zhan, LI Xin-guo, CHEN Nan-nan. Active earth pressure on a retaining wall and lateral coefficient of earth pressure[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(7): 1019-1022.
- [13] 阮波, 冷伍明, 李亮. 土压力非线性分布的研究[J]. 长沙铁道学院学报, 2001, 19(4): 73-76.
- RUAN Bo, LENG Wu-ming, LI Liang. Study on non-linear distribution of active earth pressure[J]. **Journal of Changsha Railway University**, 2001, 19(4): 73-76.
- [14] 杨敏, 刘斌, 周建武. 挡土墙主动和被土压力的统一解[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2011, 39(2): 187-193.
- YANG Min, LIU Bin, ZHOU Jian-wu. Unified solution of active and passive earth pressure on retaining wall[J]. **Journal of Tongji University(Natural Science)**, 2011, 39(2): 187-193.
- [15] 林宇亮, 杨果林, 赵炼恒, 等. 地震动土压力水平层分析法[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(12): 2581-2591.
- LIN Yu-liang, YANG Guo-lin, ZHAO Lian-heng, et al. Horizontal slices analysis method for seismic earth pressure calculation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(12): 2581-2591.
- [16] 王仕传, 黄茂松. 刚性挡土墙主动土压力分析[J]. 建筑结构, 2005(7): 57-58, 71.
- WANG Shi-chuan, HUANG Mao-song. Analysis of active earth pressure on rigid retaining wall[J]. **Building Structure**, 2005(7): 57-58, 71.
- [17] 陈昌富, 曾玉莹, 肖淑君, 等. 基于 CSA 和薄层单元法主动土压力计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(增刊 2): 5292-5296.
- CHEN Chang-fu, ZENG Yu-ying, XIAO Shu-jun, et al. Calculation method of active earth pressure based on CSA and thin-layer element method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(Suppl.2): 5292-5296.
- [18] 宋征. 土体应力状态下主动土压力分布研究[J]. 地下空间与工程学报, 2019, 15(5): 1370-1374.
- SONG Zheng. Distribution of active earth pressure based on soil stress states[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2019, 15(5): 1370-1374.
- [19] 章瑞文, 徐日庆, 郭印. 考虑土层剪力作用的挡土墙主动土压力分布研究[C]//第一届中国水利水电岩土力学与工程学术讨论会论文集(下册). 北京: 中国水利学会, 2006.
- ZHANG Rui-wen, XU Ri-qing, GUO Yin. Distribution of active earth pressure on retaining walls considering interslice shear forces of soil slice[C]//Proceedings of 1st Symposium on Rock and Soil Mechanics and Geotechnical Engineering in Hydraulic Projects in China (Volume II). Beijing: Chinese Hydraulic Engineering Society, 2006.
- [20] 付一平, 黄广龙. 水平条分法确定挡土墙后主动土压力[J]. 南京工业大学学报(自然科学版), 2013, 35(6): 69-73.
- FU Yi-ping, HUANG Guang-long. Horizontal slice method for calculating active earth pressure on retaining wall[J]. **Journal of Nanjing University of Technology (Natural Science)**, 2013, 35(6): 69-73.
- [21] 柯才桐, 陈奕柏, 朱嘉. 挡土墙土压力线性分布解[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(增刊 1): 3312-3317.
- KE Cai-tong, CHEN Yi-bo, ZHU Jia. A linear distribution solution of earth pressure on retaining wall[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(Suppl.1): 3312-3317.
- [22] 赵树德, 赵树惠. 用对数螺旋线滑动面计算挡土墙主动土压力[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2002, 34(4): 342-345.
- ZHAO Shu-de, ZHAO Shu-hui. Calculation of earth pressure of active retaining wall with logistic spiral sliding surface[J]. **Journal of Xi'an University Architecture and Technology (Natural Science)**, 2002, 34(4): 342-345.
- [23] 王奎华, 马少俊, 吴文兵. 挡土墙后曲面滑裂面下黏性土主动土压力计算[J]. 西南交通大学学报, 2011, 46(5): 732-738.
- WANG Kui-hua, MA Shao-jun, WU Wen-bing. Active earth pressure of cohesive soil backfill on retaining wall with curved sliding surface[J]. **Journal Southwest Jiaotong University**, 2011, 46(5): 732-738.
- [24] 顾慰慈, 武全社, 陈卫平. 挡土墙背填土中滑裂体形状的试验研究[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(2): 49-56.
- GU Wei-ci, WU Quan-she, CHEN Wei-ping. Study on filling sliding shape back of the retaining wall[J].

- Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1988, 10(2): 49-56.
- [25] MORGENSTERN N R, PRICE V E. The analysis of the stability of general slip surfaces[J]. **Geotechnique**, 1965, 15(1): 79-93.
- [26] 克列因 F K. 散粒体结构力学[M]. 陈万佳译. 北京: 中国铁道出版社, 1983.
- KRYNINE F K. Mechanics of granular structures[M]. Translated by CHEN Wan-jia. Beijing: China Railway Publishing House, 1983.
- [27] 芮瑞, 叶雨秋, 陈成, 等. 考虑墙壁摩擦影响的挡土墙主动土压力非正弦分布研究[J]. 岩土力学, 2019, 40(5): 1797-1804.
- RUI Rui, YE Yu-qiu, CHEN Cheng, et al. Nonlinear distribution of active earth pressure on retaining wall considering wall-soil friction[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(5): 1797-1804.
- [28] 唐志成, 彭胤宗, 宋教吾. 无黏性土中刚性挡土墙离心模型试验研究[J]. 重庆交通大学学报 (自然科学版), 1988, 7(2): 48-57.
- TANG Zhi-cheng, PENG Yin-zong, SONG Jiao-wu. Centrifuge model test study of rigid retaining wall in cohesionless soil[J]. **Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Sciences)**, 1988, 7(2): 48-57.
- [29] 方焘, 孙书翰, 徐长节, 等. 考虑挡墙变位模式的有限土体主动土压力试验研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(5): 1178-1185.
- FANG Tao, SUN Shu-han, XU Chang-jie, et al. Earth pressure experimental study of limited soil considering the mode of displacement of retaining wall[J]. **Journal of Railway Science and Engineering**, 2019, 16(5): 1178-1185.
- [30] 杨明辉, 戴夏斌, 赵明华, 等. 墙后有限宽度无黏性土主动土压力试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(1): 131-137.
- YANG Ming-hui, DAI Xia-bin, ZHAO Ming-hua, et al. Experimental study on active earth pressure of cohesionless soil with limited width behind retaining wall[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2016, 38(1): 131-137.
- [31] 贾晓虎, 邢心魁. 刚性挡土墙土压力分布规律试验研究[J]. 路基工程, 2013(1): 35-38.
- JIA Xiao-hu, XING Xin-kui. Experimental study on soil pressure distribution regulation on rigid retaining wall[J]. **Subgrade Engineering**, 2013(1): 35-38.
- [32] 刘晓红, 彭锬, 刘正夫, 等. 刚性挡墙土压力试验装置的研制与应用[J]. 湖南理工学院学报(自然科学版), 2020, 33(2): 90-94.
- LIU Xiao-hong, PENG Kun, LIU Zheng-fu, et al. Development and application of experimental device for earth pressure of rigid retaining wall[J]. **Journal of Hunan Institute of Science and Technology (Natural Sciences)**, 2020, 33(2): 90-94.
- [33] 林智勇, 戴自航, 苏美选. 复杂条件下挡土墙主动土压力解析解[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(4): 555-559.
- LIN Zhi-yong, DAI Zi-hang, SU Mei-xuan. Analytical solution of active earth pressure acting on retaining walls under complicated conditions[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(4): 555-559.
- [34] 胡晓军. 黏性成层填土的主动土压力[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(4): 185-188.
- HU Xiao-jun. Active earth pressure of retaining wall with multiple layers of cohesive soil[J]. **Journal of Harbin Institute of Technology**, 2009, 41(4): 185-188.
- [35] 刘忠玉, 杨会朋, 何盛东. 刚性挡土墙地震主动土压力的非线性分布[J]. 郑州大学学报(工学版), 2004, 25(2): 36-38, 43.
- LIU Zhong-yu, YANG Hui-peng, HE Sheng-dong. Nonlinear distribution of seismic active earth pressure on rigid retaining walls[J]. **Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)**, 2004, 25(2): 36-38, 43.